第3部 「新しい時代に対応する数学」を目指す数学教育研究
「数学教育現代化」を振り返って考える

第1章「現代化」運動を再び振り返る

第2章　社会の変容を「第1～5次産業革命」の視点から振り返る。

第1章「現代化」運動を再び振り返る

数学教育現代化とは，旧ソ連のスプートニックショックを契機として
米国から起こり、世界に広がった教育運動であるが，
数学教育の立場からすると，工業化への産業革命を陰で支えた
「現代数学」が一応の達成を見たこの時期，

その「精神」を Modern Mathematics (現代数学)として，
一般市民へわかりやすく説明し、これから始まるであろう新たな
科学技術革命に対処する能力を育む意図をもって，数学者を中心に始まった教育改革であった。

当時、現代数学という名を冠した数学書が数多く出されたが，
ニコライ・ブルバキ派の「数学原論全 33 巻」が背景にあったのではないか。

筆者は2023年度秋季例会オーガナイズドセッションでは,

1963 年 Cambridge Conference on School Mathematics,
Goals for School Mathematics
および, Agenda for Action, NCTM の Agenda in Action
から現代化へ向けた教育改革の意図を説明した。

これに加え、米国の数学教育現代化の日本への影響を考えるときに,
米国数学会(AMS)が1958 年に開いた 2 つの会議から生まれた
SMSG(School mathematics Study Mathematics)の運動を無視できない。

本論では第１部で、Agenda for Actionに掲げられた8つの推奨提案
(Recommendations)を挙げた。

「数学教育現代化」の意図は,

「当時、大学初年級で行っていた「数学の構造」を　幼稚園，小，　中，高校生に，
それなりの仕方で慣れ親しませ，学年進行と共に繰り返し反復，学び直しをして，
全員に身につけさせていく数学の内容と教育理論が必要であった。
そのために，採用されたのが，
数学で は「公理主義，構造主義」，
教育では，以下に挙げる「Bruner の仮説」(1961)と「Spiral Curriculum」
(らせ ん型教育課程)であった。

「Brunerの仮説」

「どんな教科内容でも、その根底を規定している構造ならば、
その事象の持つ構造とそれを把握する論理の双方に訴えるような形の
何らかの教育方法を使って、
どんな発達段階の子ども達に対しても、その子供達が捉えられる力の範囲内で教えることが出来る。」

「Spiral Curriculum」(らせ ん型教育課程)
1961年度出版のブルーナ「教育の過程」より、
「もし、数、量、確率の理解が科学の探究に重要であるというのであれば、これらの事柄を子どもの思考様式に一致させるようにして、できるだけ知的性格をそのままに保ち、また　できるだけ速く教え始めなければならない。
それらの題材は後の学年になって、さらに　一度も二度も繰り返し展開されなければならない。」　　　(町田;1975年「現代化の曲がり角に立って」より)

　これらの現代化の教育課程が日本に導入されたのは，第1部で述べたように以下の経緯による。

1964 年に米国の2 人の教授を招聘し、日本側から秋月康夫，彌永昌吉両教授の元，　大学の数学者，小中高の数学教育担当者からなる「SNSG 研究セミナー」であった。

その4年後から，このセミナーを受けた形で、1968 小，1969 中，1970 高の「現代化」学習指導要領が告示される。

2016 年当学会の夏季研究会で「数学教育現代化」を取り上げた時に，当時の藤田会長は現代化を振り返り，

河田 3 原則　ギリシャ幾何，17-18 世紀の微積分，19 世紀末からの公理主義的現代数学　を挙げ，これからは、数理科学を含めた 4 原則が必要と述べている。

第2章　社会の変容を「第1～5次産業革命」の視点から振り返る。

江戸から明治への工業化へ向けた第1次産業革命(蒸気機関車等の工業化)の時代、日本には、各地域で自立協働して新たな技術と思想を身につけようとした尊厳のある一般市民が数多くいた。 それが、時代に出遅れた末端の地から工業化社会での先進国への道を歩み出すことが出来た。

「数学教育現代化」運動は、第2次産業革命(均質な製品の大量生産等の工業化)下で第3次産業革命(デジタル化・情報化社会)が始まり出した頃、それに対応する人間育成 を目指し、16世紀後半から20世紀初頭までの工業化を牽引し成功に導いてきた「数と文字式」を中心とし、古代ギリシャの 流れを超えた「現代数学」を一般市民へ教えようとした運動と言える。 (Euclid must go!)　しかしながら、情報化の波は余りに急速に進展し、一般市民レベルまでの教育の普及までには至らなかった。

今日は第4次産業革命の時代(ChatGPT等の高度情報システム化社会、複雑系社会)となり、新たな時代に対応する人間の育成が求められている。しかしながら、現代化で提起された学校数学は今もって解決されておらず。若者からもエコーチェンバー現象の中苦しんでいる現実が出てきている。

　情報システムによって動かされている複雑系社会をなしている今日の社会は、学習指導要領においても「主体的で対話的な深い学び」が挙げられている。これには資質・能力だけでなく、時代に即したリテラシーの育成が求められる。
　社会を形成しているシステムの中に織り込まれた数学を身につけ、「システムとシステムの相互連携、融合、新たな複合システムの形成過程」を捉え返し、次代を生きる技術を身につけていく能力が今日求められている。しかしながらこうした数学、たとえば、指数や対数、複雑な数量の関係の関数的理解、中には微積分の概念理解ですら、数Ⅰ、数Ⅱ、数Ⅲ、数A, 数B、数C、に分離された今日の教育課程では、多くの一般の高校生達は数学を生きる術として学んでいない現実がある。

 数学は一般市民が「時代」を生き抜く力として持つべき基礎教養である。しかし、現在の「生活から切り離された数学教育」では、普通の生徒は、試験問題は解けるが、生きる力としての意味を見いだせないでいる。

こうした観点から「数学教育の現代化」を振り返ると、ブルーナの仮説、「Spiral Curriculum」の考えを第4次産業革命下の視点で捉え返し、新たな「学校数学」の在り方を作り出す教育研究の姿が見えてくる。

2023年12月に発表された15歳（日本では高1生）を対象にした2022年度PISAの学力調査においても、右の様なEXCELを使いこなした問題解決の問題が出されている。ここから、

PCを傍らにおき、現実のシステムの解明を目指した数学教育の新たな開発の授業研究の姿が見えてくる。

森林面積　問 1

問い	国名
割合で見ると、2005年から2015年の間に最も**増加**したのはどの国ですか。	選んでください
2005年から2015年の間で**全般的に変化がなかった**のはどの国ですか。	選んでください
割合で見ると、2005年から2015年の間に最も**減少**したのはどの国ですか。	選んでください

列 A	列 B	列 C	列 D	列 E	列 F	列 G
国名	2005	2010	2015			
ギリシャ	29.11	30.28	31.45	2.34		
インド	22.77	23.47	23.77	1.00		
アメリカ	33.26	33.7	33.85	0.59		
タイ	31.51	31.81	32.1	0.59		
アルジェリア	0.64	0.81	0.82	0.18		
ドイツ	32.66	32.73	32.76	0.10		
レバノン	13.34	13.38	13.42	0.08		
アルメニア	11.77	11.74	11.77	0.00		
カザフスタン	1.24	1.23	1.23	-0.01		
韓国	64.42	64.08	63.69	-0.73		
ペルー	59.01	58.45	57.79	-1.22		
ポルトガル	36.52	35.89	35.25	-1.27		
コロンビア	54.26	52.85	52.73	-1.53		
セネガル	45.05	44.01	42.97	-2.08		
パナマ	64.33	63.21	62.11	-2.22		

第4次産業革命から第5次産業革命への移行期としての今日の状況を踏まえると、
学校数学は単に純粋数学の基礎を学ばせるということを超えて、

細胞、分子、原子の交流から更に細部の半導体間の情報交流、
AR(Augmented Reality；拡張現実),
VR(Virtual Reality；仮想現実),
MR(Mixed Reality；複合現実)等で「言語」として表現される数学の理解
国を超えた人間同士の交流から「人間ともの」,「ものともの」とのNet交流
の中で形成される現実、
こうした高度情報システム化された複雑系社会を生きる人間に求められる言語としての数学

上記の意味での「科学の言葉＝数学」の学習がこれからの学校数学に求められているといえないだろうか。
ここで科学とはSTEAM(Science, Technology, Engineering,Art, Mathematics）を指していることになる。これからの数学教育は、人間同士の情報交流を目指した国語や外国語と並んで、さらに広い範囲の現実;STEAMを表現する科学の言葉としての数学を教える時代となったと捉える必要がある。

日本的な数学教育の範疇でこれを捉えると、将来の尊厳のある一般市民が
複雑系社会を構成する活力のあるAgentとして生きるために、
身の回りのシステムを理解する言語としての「科学の言葉＝数学」が見えてくる。

こうした「科学の言葉＝数学」を学校教育の中で身につけさせるには、
「主体的で対話的な深い学び」を通して、現実の社会で使われている数学を、
ブルーナの仮設のように、社会が求めている数学を幼い児童・生徒から、それなりの仕方で、身近な体験を通じて身につけさせ、友達や大人達との交流の中で、学年が進むにつれ、さらに発展させていくための教育研究が必要となる。

それはPBL(Project/Problem Based Learning)として現在研究されていることである。

ここで提案していることは特段特別な事ではなく今の学校現場で行われている事である。しかし、現状の学校では、教育内容の改革まで進んでいない。課題はそこにある。

これを進めるには「数学教育の現代化」で進めようとした教育内容の改革が求められることとなる。

日本の数学教育現代化運動 が欧米と異なっていた点は，横地清の
現代化の精神を生かしつつ教育現場主体の実践的活動を作ることにあった。

そこには数学教育現代化で取り上げられた数学を「形式的数学構造」だけでなく、そのレベルを維持しながら、小中高生の認知過程を考慮し、現実生活の中の諸事象との関わりの中で捉え変えそうとしたことであった。

ちなみに、
米国の「数学教育現代化」では，集合，集合の演算，写像，関係，関数，
構造(群，環，体)，ベ クトルと行列，座標幾何と点集合，
アフィン空間，ベクトル空間，
確率，集合関数と標本空間，関数空間，限定詞を含む記号論理，
実数の構成，変換と変換群」などが上がっていた。
(「数学教育現代化」日本数学教育会編，1966)

現在の指導要領では「理数探究」があるが、上記の意味の写像や変換の扱いは入っていない。

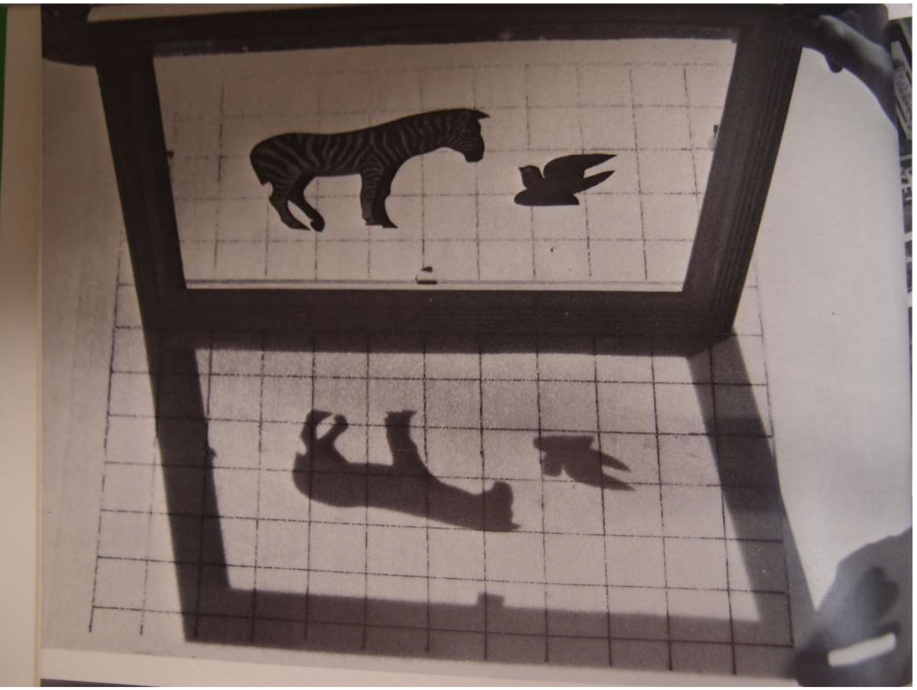
Brunerの仮説、Spiral Curriculumは、現代化の時点で現代数学を小中高の生徒達に、それなりの仕方で教えるという大義をもって導入されたが、当時、学校数学が抽象的な純粋数学の枠の中だけで捉えられていたので失敗した。
今日の学校では、教育内容の開発まで進まず「主体的 で対話的な深い学び」にとどまっている。これを今日の立場で捉え返そうとするとき、Brunerの仮説、Spiral Curriculumの発想は再び意味をもつものといえる。

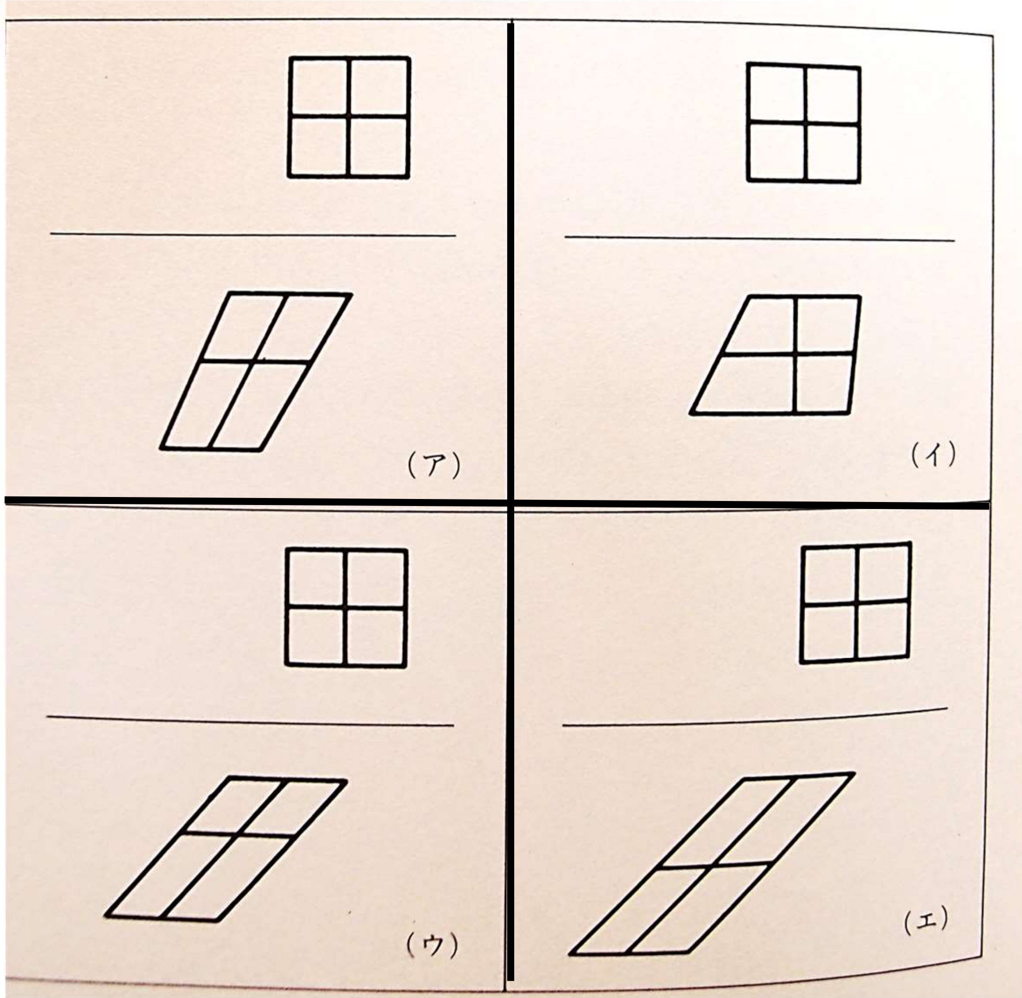
以下に、筆者による過去の実践活動の中から、Brunerの仮説の流れでの中学校レベルの「現実に即したアフィン幾何」（第2部掲載）、「曲線図形の相似」の中から2，3の事例を挙げる。現実には、これらの高大をも対象とした更なる発展的展開が必要である。

§2　太陽光線の幾何

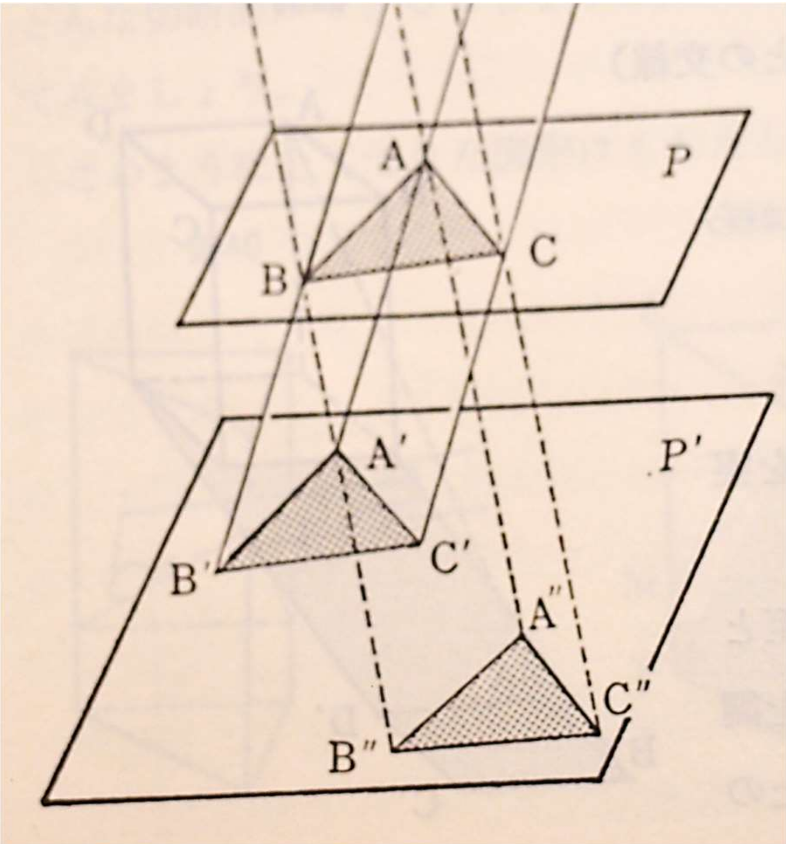
太陽光線の性質　窓から太陽の光が部屋の中にさしこんできます。まどわくが床（ゆか）に黒ぐろと影を作っています。この光景を小，中学生が書いたのが次の図です。ちょっとおかしいところがありますね。気がつきますか。

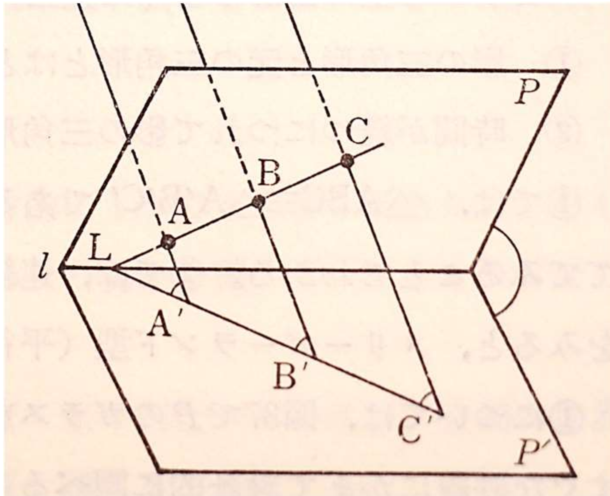
太陽光線によるアフィン変換　実験

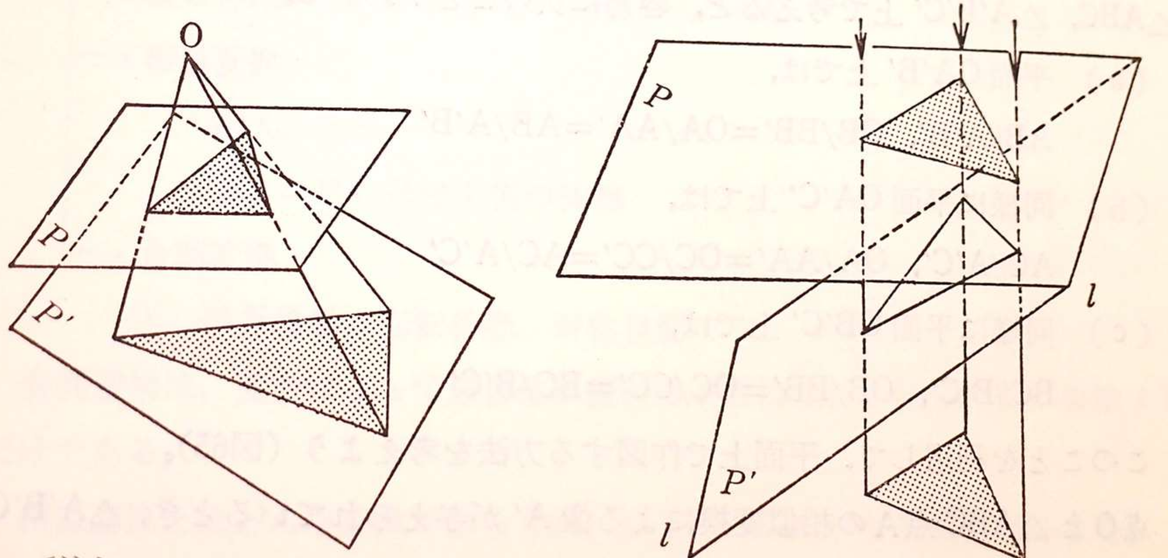




太陽(平行)光線による影の観察調査問題



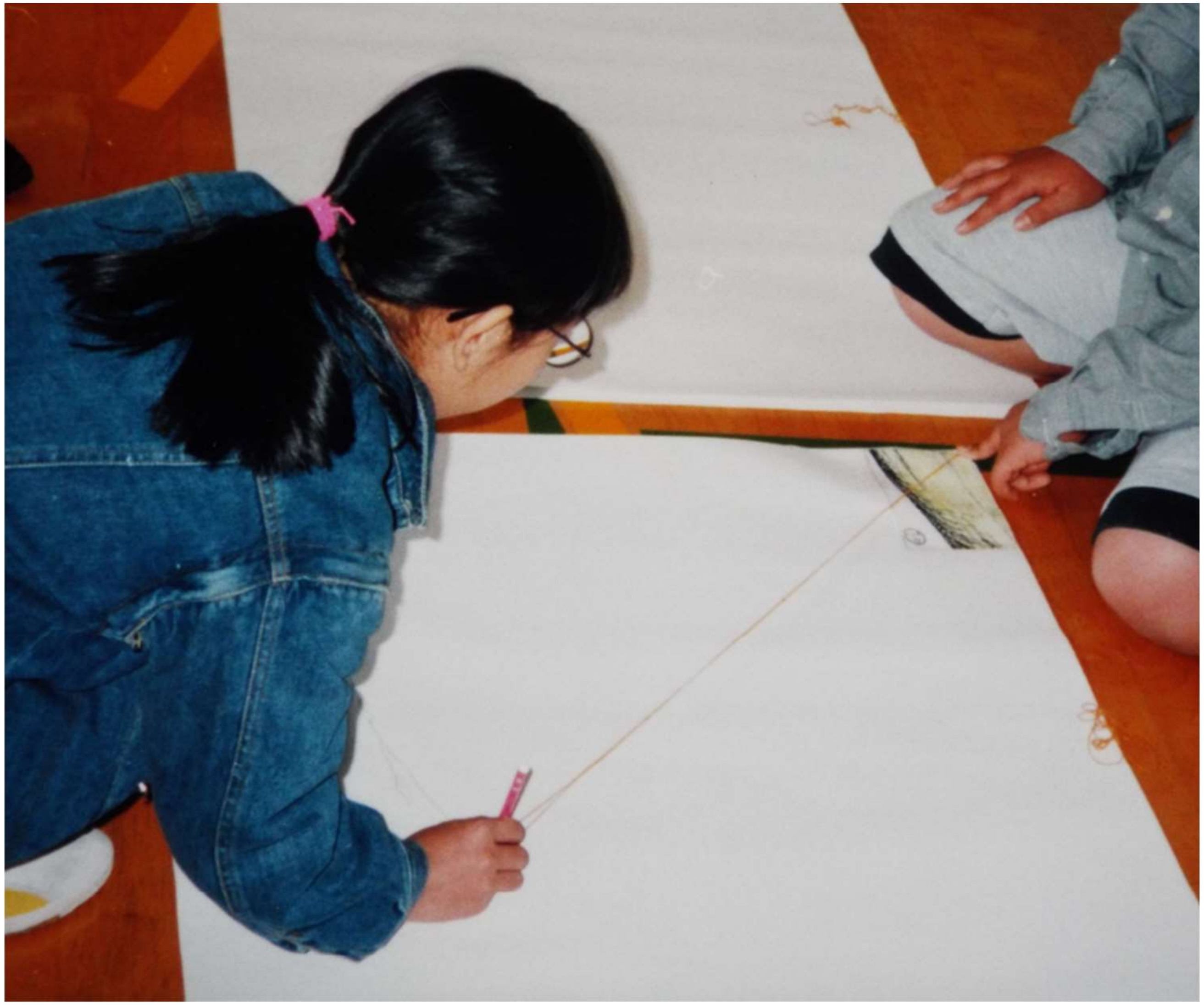




〔注〕

小学生なりの 曲線図形の相似、
相似変換 PBL（Problem Based
Learning）への先行実践

新算研全国大会での 筆者と蛭間
氏による小学生の研究授業から



小学生なりの相似変換によって描かれたティラノサウルス

学生が描いた
曲線図形の相似

現実課題：
　関西でのカーブを曲がりきれなかった列車の事故から、東京の山手線で最もカーブのきつい場所は？

既習の数学からの発展
　直線図形の相似は「角が等しい、辺の比が等しい」　それでは、相似な曲線図形が持っている性質とは？

新たな数学の発見
　ここから
曲率半径、曲率円、
　曲率へ進む

主体的対話的学びへ

　(文教大学学生作成)

曲線図形の相似

　東京都内を走る
山の手線のどこのカーブが急かを調べた曲率円と半径

さらに、曲線図系の相似概念の直感的・体験的理解の事例

　こうした体験から、曲率半径rの数学的理解へ進む

$$r=\frac{\{1+f'(t)^2\}^{3/2}}{f''(t)}$$

曲率　1/r