学会員成果　論文:

「新しい時代に対応する数学」を目指す数学教育
―　「数学教育現代化」を振り返って考える　―

埼玉大学名誉教授　　町田彰一郎

「数学教育現代化」とは1950～1980年代にかけて世界の数学教育界を震撼させ、小・中・高の教育課程、教員養成系大学・学部の数学教育研究に多くの論点を与えた運動である。

この運動について、2023年度数学教育学会秋季例会、冬季研究会で下記のものが取り上げられたが、これを担当した1人である著者が「数学教育現代化」運動が残した課題を整理し、本論でまとめ直して提案する。

秋季例会オーガナイズドセッション「数学教育現代化再考」では、
町田が　1　「数学教育現代化とは」、3　「数学教育現代化をどう引き継げばよいか」を、白石和夫氏が　2　「数学教育現代化を見る合理的精神」を担当した。本論では、この中から町田が担当したものを第1部、第2部として取り上げる。

冬季研究会では、「「新しい時代に対応する数学教育」ー「数学教育現代化」を振り返って考えるー」を取り上げた。本論ではこれを第3部として再考する。

第1部 「数学教育現代化」再考

  第1章 「数学教育現代化」 は、どのような時代背景の中で生まれたか

  第2章 「数学教育現代化」は、米国の学校現場にどのように導入されたか

  第3章 「数学教育現代化」、日本の学校現場で行われた教育

第2部 「数学教育現代化」運動が残したものを、どう引き継げばよいか

  第1章 SMSG研究セミナーで議論されたもの

  第2章 日本におけるポスト現代化

  第3章 「現代化」が残したものを探す試み

第3部 「新しい時代に対応する数学」を目指す数学教育

ー「数学教育現代化」を振り返って考えるー

  第1章 「現代化」 運動を再び振り返る

  第2章 社会の変容を「第1～5次産業革命」の視点から振り返る。

第1部 「数学教育現代化再考」

第1章 「数学教育現代化」 は、 どのような時代背景の中で生まれたか

「数学教育現代化」の運動は、
英国から起こった工業化への産業革命を陰で支えた
「現代数学」が一応の達成を見たこの時期、その「精神」を
Modern Mathematics(現代数学)として、
一般市民へわかりやすく説明し、これから始まるであろう新たな科学技術革命に対処する能力を育む意図をもって、数学者を中心に始まった教育改革であった。

まずは、「現代数学」の発祥の歴史を振り返る。(Wikipedia　HP　他)

次に、1950年代から90年代にかけた「現代数学」という名を冠した書物をあげる。
2020年代では、この言葉を冠した数学書は目にしていない。

1501～1565　カルダーノ、ファラーリ(伊)；4 次方程式解法

1564~1642　ガリレオ・ガリレイ(伊)；近代物理学の始祖

1564~1642　ケプラー(独)；微積分の基礎、対数の普及

1593~1662　デザルグ(仏)；射影幾何学の基礎、漸近線の導入

1596~1650　デカルト(仏)；解析幾何学の創始

1598~1647　カヴァリエリ(伊)；不可分量の原理、円錐曲線論

1601~1665　フェルマー(仏)；確率論の始祖(パスカルと共に)

1623～1662　パスカル(仏)；数学的帰納法、計算器、パスカルの三角形

1642～1727　ニュートン(英)；微積分学の発見

1646~1716　ライプニッツ(独)；微積分学の発見、微積分記号の創始

1654～1705　ヨハン・ベルヌーイ(スイス)；対数らせん、懸垂線の研究

1667～1754　ド・モアブル(英)；cosx＋sinx の n 乗公式、正規分布の公式

1700~1782　ダニエル・ベルヌーイ(スイス)；微分方程式、流体力学の試行

1707~1783　オイラー(スイス)；オイラーの公式、多面体の定理

1713~1765　クレーロー(仏)；微分方程式の解、空間曲線論

1717~1783　ダランベール(仏)；偏微分方程式の一般解

1736~1813　ラグランジュ(仏);　整数論、行列式論、微分方程式論、楕円関数

1768~1830　フーリエ(仏)；フーリエ級数、応用数学(物理学者)

1777~1855	ガウス(独)；整数論、曲面論、複素関数論、双曲幾何
1781~1840	ポアソン(仏)；確率論、代数/微分方程式論、定積分論、曲面論、
1789~1857	コーシー(仏)；整数論、平均値の定理、解析学の基礎付けの功績
1793~1856	ロバチェフスキー(露)；非ユークリッド幾何の創出
1802~1829	アーベル(ノルウェー)；楕円関数論、アーベル群、代数学・解析学への貢献
1815~1864	ブール(英)；記号論理学創始者、ブール代数
1823～1891	クロネッカー(独)；方程式論・代数数体における整数論
1826～1866	リーマン(独)；リーマン積分論、幾何学、関数論
1831～1916	デデキント(独)；デデキントの切断、無理数論、イデアル概念の導入
1845~1918	カントル(独)；集合論の創始者、無理数の理論の確立
1854～1912	ポアンカレ(仏)；純粋数学、応用数学、科学論、
1858～1932	ペアノ(伊)；ペアノの自然数論、記号論理学
1862～1943	ヒルベルト(独)；幾何学基礎論、ヒルベルト空間、公理主義の確立
1868～1942	ハウスドルフ(独)；位相幾何学、集合論
1875～1941	ルベーグ(仏)；ルベーグ積分の創始者、速度論、集合論
1879～1955	アインシュタイン(スイス、独、米)；特殊相対性理論
1890～1962	フィッシャー(英)；推測統計学の開拓、実験計画法
1906~1978	ゲーデル(独、米)；数理論理学、不完全性定理、連続体仮説

1960年代70年代当時「現代(Modern）」をうたった数学、数学教育書

1960年7月27日　遠山　啓、長妻克亘、横地　清、石谷　茂共著
「算数・数学教育の現代化」、明治図書

1960年10月22日　石谷　茂、彌永昌吉、黒田孝郎、滝沢武久、遠山　啓、中谷太郎、
長妻克亘、宮本俊雄、横地清、「現代教育学9　数学と教育」、岩波書店

1960年10月25日　F.クライン著、遠山　啓、丸山哲郎、大平恒夫、池上一志　共訳
「高い立場からみた　初等数学　1～4巻」、東京図書

1961年　OECD　“Synopses for modern secondary school mathematics”、OECD

1961年7月31日　彌永昌吉、小平邦彦共著　「現代数学概説　Ⅰ、Ⅱ」、岩波書店

1961年9月5日　バーコフ、マクレーン共著　奥川光太郎、辻　吉男共訳「現代代数学概論」、白水社

1962年10月　横地　清、菊池乙夫共著　「小、中学校における　関数の現代化」、明治図書

1966年2月15日　日本数学教育会編　「数学教育の現代化」、培風館

1968年前後数年　ニコライ　ブルバキ著　前原昭二、銀林　浩、森　毅、小島　順、小針晛宏、
柴岡泰光、杉岡光夫、木下素夫、倉田令二朗、斎藤正彦、清水達雄、村田　全
「ブルバキ　数学原論　全33巻」、東京図書

1970年　Edna E. Kramer “The Nature and Growth of Modern Mathematics” ,
Princeton University Press

1970年3月27日　Nicolas Burbaki 著、村田　全、清水達夫　共訳「ブルバキ　数学史」、
東京図書出版

1979年　志賀浩二　「現代数学への招待　ー多様体とは何かー」、岩波書店

1992年5月2日　S.マックレーン著、彌永昌吉監修　赤尾和男、岡本周一共訳
「数学ーその形式と機能」森北出版

1996年前後　現代数学への入門　10巻20冊、
現代数学への基礎　17巻34冊、
現代数学への展開　12巻24冊、　　岩波書店

「数学教育現代化」運動の始まりは、米国と旧ソヴィエト連邦（ソ連）との冷戦の中で、1957年10月４日、ソ連側からの人工衛星ソユーズ2号の打ち上げ成功に端を発し、1950年代から1980年代にかけ米国から世界中に広がっていった教育改革運動と言える。

1963年　Cambridge Conference on School Mathematics,
Goals for School Mathematics
報告から小学校での現代化の中身を挙げる。

A　Probability and Statistics　　（大数の法則がある）
B　Logarithms in Elementary Geometry（対数も扱う）
C　The Instruction to Formal Geometry
D　Exploration (探求)
E　Elementary Modern Mathematics from the Advanced Stand-point（高い立場からの現代数学を小学校から慣れさせる）

こうした流れの根底にあった動きが、当時フランスで起きた
ニコライ・ブルバキ派の構造主義的な数学の構成であったという。

日本で翻訳し出版された「ブルバキ数学原論　全33巻の構成」でその中身を見ると、
最初の4巻が集合論から始まり、
代数が7巻、位相が6巻、、、と続き、多様体要約で終わる。

第1巻の代数を見ると、
1章で代数的構造を扱い、群、環、体の話が続く。

　こうした「現代数学」の基本にあった考え方は、

　Euclid must go. に見られる考えの背景にあるには、
　　公理主義、構造主義的な考え、
　　綜合幾何から代数的、解析幾何的思考、
　　数学的思考を形式化するための記号論理
であった。

これを如何に小学校から大学までの教育の現場へ入れていくかということが「数学教育現代化」のメインの柱であった。

　工業化社会の名残りを持つ当時においては、
「構造」的思考は数学だけでなく、以下の文献からも分かるように
重要な哲学でもあった。

現代化に影響を与えた構造に関する当時の著書

1968年3月25日　アイヨン著、伊東俊太郎、田島節夫、花崎泉平、荒川幾男、松崎芳隆、井村順一共訳　　「構造主義とは何か」、みすず書房
1980年9月20日　山下正男 「思想の中の数学的構造」現代数学社
1983年9月10日　浅田　彰 「構造と力　記号論を超えて」、勁草書房
19885月20日　橋爪大三郎 「はじめての構造主義」 講談社
1989年9月1日　池田清彦 「構造主義と進化論」 鳴海社
2000年　Stewart Shapiro “Thinking about Mathematics: The Philosophy of Mathematics”、2012年1月10日
　金子洋之　訳 「数学を哲学する」、筑摩書房、最終章　10章　構造主義

　こうした「現代数学的思考」を教育へどのように持ち込もう
としたか、当時の勧告案　Agenda for Actionに掲げられた8つの
勧告　(Recommendations)を見てみよう。

1. Problem Solving must be the Focus of School Mathematicsin the 1980s
   問題解決が学校数学の焦点になるべき
2. The Concept of Basic Skills in Mathematics must Encompass　More then　Computational Faculty
   Basic Skills に従来の計算技能以上の意味を持たせる
3. Mathematics Programs must take Full Advantage of thePowers of Calculations and Computers at all Grade Levels
   数学プログラムは、電卓・コンピュータ活用能力を引き出すべき
4. Stringent Standards of Both Effectiveness and Efficiency　must be Applied to the Teaching of Mathematics
   数学の指導に必要な、効果的で効率的なきちんとした基準を設けるべき

5. The Success of Mathematics Programs and Student Learning must be Evaluated by a wider Range of Measures than Conventional Testing.
数学プログラムと生徒の学習評価は、従来のテスト 以上に幅広い尺度で評価されるべき。

6. More Mathematics Study must be Required for all Students and a Flexible Curriculum with a Creater Ranges of Options Should be Designed to Accommodate the Diverse Needs of the Students Population
多様な生徒達に見合うカルキュラム作りが多くの数学研究に求められている

7. Mathematics Teachers must demand of Themselves and Their Colleagues a High Level of Professionalism
数学教師には高い専門性が求められる

8. Public Support for Mathematics Instruction must be Raised to a Level Commensurate with be the Importance of Mathematical Understanding to Individuals and society. 数学的理解の重要性を個人や社会へ伝えるための数学教育への公的支援が必要

第2章 「数学教育現代化」は、米国の学校現場にどのように導入されたか

1　米国におけるSMSGの成立過程

米国におけるSchool Mathematics Study Group（SMSG）
の成立は、米国における数学教育の現代化を進める上で、
また、日本の現代化学習指導要領を成立させる上で大きな役割をもっていた。
SMSGは、

米国数学会（AMS）の2つの会議
1958年2月21日のシカゴ会議と
2月28日のケンブリッジ会議で
作られた。

2 SMSGテキストの内容

Mathematics for the Elementary School (幼、第1～6学年)
Introduction to Secondary School Mathematics(第7～第9学年)
Mathematics for High School（第10～12学年)

例 1 First Course in Algebra(全8巻)
例 2 Calculus (全4巻)
例 3 Algorithms, Computation and Mathematics
(Fortran, Algorithm等)
例 4 Supplementary and Enrichment Service
能力のある生徒向け題材
例 5 Texts for Slower Student
例 6 プログラム学習用テキスト、フィルム

例 7　スペイン語版(英語を話せない生徒向け)
例 8　Probability Units (確率教材)
例 9　Mathematics Through Science
例10　New mathematical laboratory
能力のある生徒に数学への橋渡し
例11　Studies in mathematics
教師向け再教育教材
例12　数学教育研究用重要文献リスト
例13　Miscellaneous publicationシリーズ
父母、一般人向け活動紹介

実際にどのような内容が作られたか、
先に挙げたケンブリッジ報告(1963年9月18日)より取り上げる。

全体では、幼稚園～2学年、3学年～6学年、7～12学年あるが、
本論では,時間の関係で幼稚園～小学校の内容のみを挙げる。

参考文献；

1．前掲 The report of the 1963 Cambridge Conference,
「Goals for School Mathematics」
2．文教大学教育学研究科ジャーナル　JES Vol.4 No.1
町田彰一郎　「数学教育「現代化」再考」、2011.9.20
3．日本数学教育学会編「数学教育の現代化」P192～205)

Kから第2学年

数と計算

(1) 10のかたまり以外に、3進法、5進法、
(2) 無としての0だけでなく単位元としての0、
(3) 不等号の早期導入　＜、＞、
(4) 数当てゲームで、推移律を導入、
(5) 早い段階から数直線を導入して負の数、
(6) 基準の0，簡単な分数、
(7) 不等号との関わりで簡単な近傍概念、
(8) ゲームなどで座標を導入し格子点の位置、
(9) □を使った式から逆演算の体験

Kから第2学年

図形
(1)平面図形から立体図形作り(ボール紙などの切り抜き)、
(2)乗積表から面積の加法性へ、
(3)図形の対称性や変換についての体験、
(4)体験的に群の性質に触れる、
(5)コンパス、定規を使った作図、
(6)子供の身の回りにあるものから縮図、拡大図を体験させる

Kから第2学年

論理、集合、関数
(1)順序数、集合数、(2)1対1対応、(3)簡単な関数、
(4)20の扉式のyes、noで答える質問で論理を養う
(5)文章(命題)の真偽

応用(活用)
(1) 量の測定、(2)温度、エレベータ等で分数、負の数を体験、
(3)量関係を不等式で表現、
(4)不等号、有理数でない数、
例$\sqrt{2}$、$a>b$ならば、$a+c>b+c$など、
(5)身の回りの量の見積もり、
(6)植物の生長、気温の変化等を扱ったグラフ

第3学年から第6学年

数と計算

(1)加法、乗法の単位元、交換、結合、分配法則、
(2)符号のついた数の計算、(3)剰余系の計算、体、2✕2の行列、(4)素因数、互除法、最大公約数、(5)ディオファントス方程式、(6)正、負の数の指数、
(7)不等式、絶対値、
(8)10進数他、他の基底を持つ数、
(9)教師に依存せず答えの正当性を議論、(10)簡便算の仕組みの、
(11)電卓の活用、補間法、(12)近似値、見積り、
(13) 丸め、有効数字、(14)有理数、無理数、その小数表現、
(15)平方根、$1.41 < \sqrt{2} < 1.42$、(16)有理数の稠密性、
(17)方程式、不等式の関係

第3学年から第6学年

図形

(1)図形の求積、(2)円周率、(3)2次曲線、(4)直線の方程式、(5)極座標、3次元座標、(6)壁紙模様などから対称性、
(7)相似図形、ベクトル

論理と基礎付け

(1)真偽、p→qかつq→p、矛盾、
(2)簡単な場面での真理値、
(3)p→(qかつr)ならばq、p→(qかつ～q)ならば～p、
(4)簡単な数学的帰納法、(5)数と計算(数系)における公理、
(6)簡単な事例によるアルゴリズムや同値関係による論理的推論、(7)流れ図、
(8)不等号、$\sqrt{2}$が有理数でない等に使う、
(9)四則計算のアルゴリズム

第3学年から第6学年

集合・論理

(1)集合、関係、関数、離散、連続、
(2)具体的事例による開いた文、真理集合、
(3)間接証明、(4)同型、変換の見方・考え方

関数

(1)直感的な事例による実数の無限列、
(2)2^{10}～10^3などを対数をとって考える、
(3)三角関数

応用

(1)ランダム事象の反復実験、
(2) 大数の法則の実験的試み

　こうした提案がされる背景には、NCTMの目的宣言でなされていた次の文言がある。
「将来必要になったときに、新しい(現代的な)数学が学べるように小さいときから、その基本的な概念なり構造なりを教えておく。」、
さらにそれは、

以下の「Brunerの仮説」で明確にされる。

「どんな教科内容でも、その根底を規定している構造ならば、
その事象の持つ構造とそれを把握する論理の双方に訴えるような形の
何らかの教育方法を使って、
どんな発達段階の子ども達に対しても、
その子供達が捉えられる力の範囲内で教えることが出来る。」

まさに,この考えが　上記のカリキュラム構造の元にある考えと言える。

さらに、この思想がカリキュラム開発として実現されるときに
次の 「らせん型教育課程」(Spiral　Curriculum)がある。

ブルーナは1961年度出版の「教育の過程」で以下のように述べている。

「もし、数、量、確率の理解が科学の探究に重要であるというのであれば、
これらの事柄を子どもの思考様式に一致させるようにして、
できるだけ知的性格をそのままに保ち、
また　できるだけ速く教え始めなければならない。
それらの題材は後の学年になって、さらに
一度も二度も繰り返し展開されなければならない。

そのようになれば、殆どの子供が、たとえ第10学年用の生物学の単位をとるとしても、その教科に冷ややかに接する必要があるだろうか。」

（町田；1975年「現代化の曲がり角に立って」より）

このようにして大学の教授を中心として大々的に進められた「現代化」は、
学校現場サイトからの実践上の課題も指摘されるようになった。
代表的なものは、

Morris Kline の

「Why Jonny Can't Add - The Failure of the New Math」

冒頭の事例に次のような教室のやりとりがある。

似たような事例は、数学者小平邦彦教授が、アメリカ在住の時に当時のSMSGの教科書で数学を学んでた娘さんの話として、

NewMath批判(P110～115、1968年)の中で述べている。

(「怠け数学者の記」 岩波現代文庫、2000年8月17日)

教師「どうして、2＋3＝3＋2　なの？」

　躊躇なく児童が答える、「両方とも5だから！」

教師；“違う”、「加法には交換法則が成り立つからです。」

　では、「9＋2＝11かな？」

　児童、「9に1たすと10，それに1たすと11になるから。」

教師、それは違います。正しい答えは、2＝1＋1で、

　　結合法則を使って、

　　9＋2＝9＋(1＋1)＝(9＋1)＋1＝10＋1＝11

となるからです。

第3章 「数学教育現代化」、日本の学校現場で行われた教育

日本の数学教育界への
米国のSMSG、「現代化」の導入の状況
日本におけるSMSG研究セミナーは
東京で1964年8月25日～29日、
京都で8月31日～9月4日に

Havard大学のE.E.Moise教授,
Williams大学のD.E.Richmond教授を招待して開かれた。

このセミナーの後、
日本において「現代化」への様々な議論、実践、研究が起き、
1968,69,70年 「現代化」学習指導要領が告示された。

日　　時	内　　容	講　　師	東京会場座長	京都会場座長
第1日　午前	講演　1.　Philosophy of SMSG	E. Moise	秋月　康夫	小堀　憲
	2.　Progress of SMSG	E. Richmond		
午後	午前の講演に関して質問と討議	E. Moise.　E. Richmond	弥永　昌吉	中村幸四郎
第2日　午前	講演と討議 Curriculum of SMSG	E. Moise　E. Richmond	吉田　耕作	功力金二郎
午後	分科会A：Geometry	E. Moise	矢野健太郎	柴垣和三雄
	B：Intermediate Math.　と Elem. Function.	E. Richmond	河田　敬義	高橋　陸男
第3日　午前	公開講演		秋月　康夫	秋月　康夫
	1.　The problem of Pre-pedagogy in the introductions to Algebra and Geometry.	E. Moise		
	2.　Old wine in New Bottles	E. Richmond		
第4日　午前	分科会A：第2日午後の続き	E. Moise	三村　征雄	栗田　稔
	B：第2日午後の続き	E. Richmqnd	佐藤良一郎	浅野　啓三
午後	分科会A：午前の続き	E. Moise	井上　義夫	稲垣　武
	B：午前の続き	E. Richmond	小林　善一	中野　昇
第5日　午前	講演と討議		福原満州雄	古賀　昇一
	Elem. Function と Matrix Algebra	E. Richmond		
午後	総括と一般討議	E. Moise,　E. Richmond	弥永　昌吉	小松　醇郎

2016年　数学教育学会　夏季研究会(関東エリア)

藤田　宏　東京大学名誉教授、当時数学教育学会会長　講演

「「現代化」;それに取り組んだ数学者の見識・不見識に学ぶ」より

「現代化」の推進役

秋月康夫教授、高等学校教育課程作成委員会委員長

（正式には当該協力者会議主査）、

彌永昌吉教授、作成委員会　後見役

1950年～60年代初頭　数理科学推進運動を推進.

1963年の数理解析研究所の創設を達成

小平邦彦教授　現代化運動に最も批判的

河田敬義教授　数学教育・科学教育の現代化(日本科学教育学会発足)に向けて、より；

河田3原則　(ギリシャの幾何，17-18世紀の微積分，
19世紀末からの公理主義的現代数学)
の良さを妥当な形で中等教育に反映させる。

それに付け加えて、藤田　宏教授は
河田3原則に数理科学を入れて、藤田4原則とする。

米国の現代化の日本版としての「秋月委員会」発足から、河田、藤田両教授によって始められた数学の専門家と教育現場の教員および文部科学省担当官からなる「数学教育の会」が発足し、多くの現実的な提案がなされた。

　数学教育の現場では、「現代化」の内容を踏まえつつ、学校現場に沿った数学教育研究への道を探る実践的研究が一部で進められていた。

例えば、
横地清、菊池乙夫著「小・中学校における関数の現代化」1962.10
横地清編「中学校の数学ライブラリー全35巻」、岩崎書店　1978.8

ライブラリーの巻頭言をみると、そこには現代数学の中にある「構造」を現実生活の中の諸事象との関わりの中で捉えようとする意図が見えてくる

総括的な文献としては、以下の書で諸外国の動向をまとめている。
日本数学教育会編「数学教育現代化」、倍風館、1966.2.15

以下に、現代化指導要領下の小・中学校教科書の事例を一部挙げる。

·小学校

まずは小学校の「現代化教科書」の内容についていくつか挙げ考察する。

2023年現在の教科書では6年で扱っている文字式は、1978年の現代化の時点では1年早く5年で学んでいる。

実際の当時の教科書例を挙げると以下のようになる。

6 文字と式（1）

1 数を表す文字
2 文字と式
3 文字を使った公式

数を表す文字

1 80円の品物を買った後に，つぎのねだんの買い物をしたとき，代金の合計は何円でしょうか。

後の品物のねだん	式	代金の合計(円)
10円のとき	80＋10	……………90
20円のとき	80＋□	……………□
85円のとき	80＋□	……………□
a円のとき	80＋□	……………□

後の品物のねだんがa円のときの式 80＋a は，これ以上計算できません。したがって，答えは（80＋a）円，または，80＋a（円）と書きます。

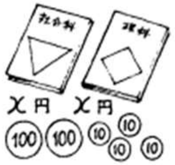
2 画用紙がaまいあります。そのうち，20まい使いました。残りの画用紙は何まいでしょうか。

また，45まい使った後の残りは何まいですか。

5年生上巻　文字式の導入（学校図書）

8章

4 よしお君が，1000円持って書店に行き，ねだんが同じ参考書を2さつ買ったら，240円残りました。

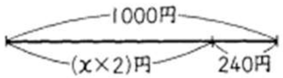


この参考書1さつのねだんは何円ですか。

1さつのねだんをx円として考えましょう。

① 残りのお金で考えて，式を作りましょう。

$1000-x\times2=240$



② 使ったお金で考えて，式を作りましょう。

$x\times2=1000-240$

③ xの値を求めましょう。

① xの値を求めなさい。

$7+x=16$　　$13-x=8$　　$24\div x=4$

$x\times3-20=25$　　$100-2\times x=50$

② ある数を5倍し，それから13をひくと17になりました。xを使った式に表して，ある数を求めなさい。

③ ある数と6の和を6倍すると72になります。ある数を求めなさい。

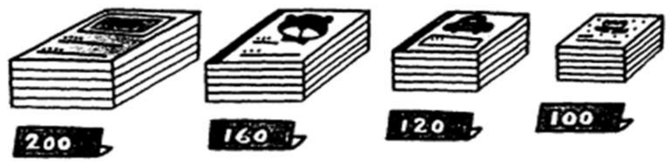
11章

2) 1箱分のシュークリームの数が□このとき，6箱と3このシュークリームの数を，□を使って表しましょう。

◆ □のかわりに，a（エー）やx（エックス）のような文字を使って数や量を表すことがあります。

1箱分のシュークリームの数をaこととすると，6箱分のシュークリームの数は，a×6となります。

2 ノートや消しゴムを買いに行きました。



① 同じねだんのノートを5さつ買いました。1さつ分のねだんをa円として，5さつ分の代金を求める式を書きましょう。

1さつ分のねだん × さっ数

② 同じねだんのノート2さつと，70円の消しゴム1を買いました。ノート1さつ分のねだんをa円とし代金を求める式を書きましょう。

更に、十進法だけでなく、2進法、5進法の導入が扱われる。これらの奥に、一般から特殊への構造主義的な流れがある。

§2. 対応と関数

ともなって変わる２つの量の関係は，それらの量のとる値の対応で考えることができる。ここでは，集合をもとにして，対応のようすを調べることにしよう。

問 S駅からMの家まで，５人乗りのタクシーで行くと 1200 円かかるという。何人かで乗るとき，１人あたりの料金は，乗る人数にともなって，どのように変わるだろうか。

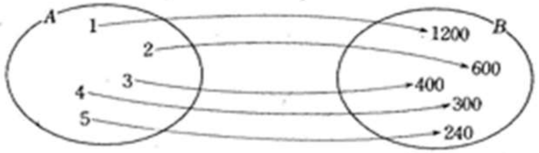
上の問では，タクシーに乗る人数をきめると，そのときの１人あたりの料金がきまり，人数と料金は，次の表のように対応している。

人　数（人）	1	2	3	4	5
１人あたりの料金(円)	1200	600	400	300	240

ここで，人数（人）の集合を A，料金（円）の集合を B とすると，

$A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$，　$B=\{1200,\ 600,\ 400,\ 300,\ 240\}$

で，集合 A の要素に，集合 B の要素が下のように対応している。



一般に，２つの集合 A，B があって，

A の要素をきめると，それに対応して B の要素が１つきまるとき，この対応を，**集合 A から集合 B への関数** という。

上の問では，人数の集合から料金の集合への関数を考えたことになっている。このようなとき，「料金は人数の関数である」という。

研究　五進法・二進法での計算

五進法や二進法で表された数の和，差，積などは，十進法になおして計算すれば求められるが，次のように，五進法または二進法のままで計算することもできる。

五進法での計算

五進法で，０から４までの数についてのたし算とかけ算の結果は，次のようになる。

+	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	10
2	2	3	4	10	11
3	3	4	10	11	12
4	4	10	11	12	13

×	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	11	13
3	0	3	11	14	22
4	0	4	13	22	31

五進法での計算は，上の表をみて，十進法の場合にならってすればよい。

例1　(1) $\begin{array}{r} 123 \\ +\ 341 \\ \hline 1014 \end{array}$　(2) $\begin{array}{r} 123 \\ -\ 32 \\ \hline 41 \end{array}$　(3) $\begin{array}{r} 42 \\ \times\ 2 \\ \hline 134 \end{array}$

[1]　五進法で，次の計算をせよ。

(1) 23＋41　(2) 234－112　(3) 31×4

二進法での計算

二進法での計算は，次の表をもとにしてすればよい。

例2

+	0	1
0	0	1
1	1	10

×	0	1
0	0	0
1	0	1

(1) $\begin{array}{r} 110 \\ +\ 11 \\ \hline 1001 \end{array}$　(2) $\begin{array}{r} 110 \\ \times\ 11 \\ \hline 110 \\ 110 \\ \hline 10010 \end{array}$

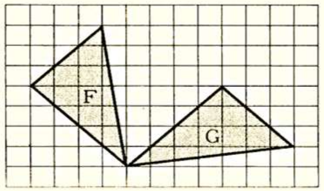
[2]　二進法で，次の計算をせよ。

(1) 11＋10　(2) 101＋11　(3) 1101×11

中学校1年　集合
(啓林館)

回転移動

問　右の図のように，合同な図形 F，G がある。
　F を G に重ねるには，F をどのように移せばよいか。



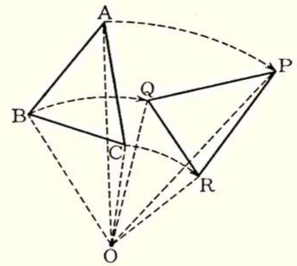
平面上で，図形の各点を，定点 O を中心として，一定の角度だけまわして，その図形を移すことを **回転移動**（回転）といい，点 O を **回転の中心** という。

右の図は，△ABC を，点 O を中心として，40° だけ回転し，△PQR の位置に移したもので，

OA＝OP，OB＝OQ，OC＝OR

∠AOP＝∠BOQ＝∠COR＝40°

となっている。

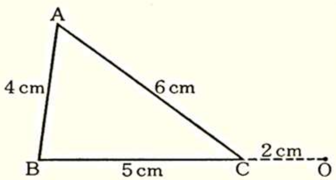


一般に，回転移動では，

　対応する点は，回転の中心から等しい距離にある。

　対応する点を，回転の中心と結んでできる角の大きさは，すべて等しい。

1　右のような △ABC と点 O をノートにかき，この三角形を，O を中心として，時計の針の回転方向と同じ向きに 60° 回転した図をかけ。
　また，180° 回転した図をかけ。



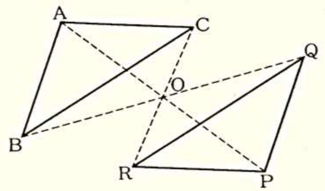
回転移動の中で，とくに，180° の回転を **点対称移動** といい，そのときの中心を **点対称の中心** という。

右の図は，△ABC を，点 O を中心とする点対称移動で，△PQR に移したところを示している。

このとき，AOP，BOQ，COR は，どれも一直線で，

OA＝OP，OB＝OQ，OC＝OR

になっている。



一般に，点対称移動では，

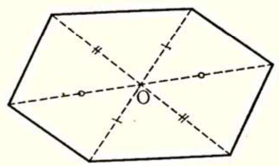
　対応する点を結ぶ線分は，対称の中心を通り，この点で 2 等分される。

線分を 2 等分する点を，その線分の **中点**（ちゅうてん） という。

図形 F が，点 O を中心とする点対称移動で，図形 G に移るとき，図形 F と図形 G は，点 O について対称（点対称）であるという。

2 つの図形が点 O について対称のとき，対称の中心 O は，対応点を結ぶ線分の中点になっている。

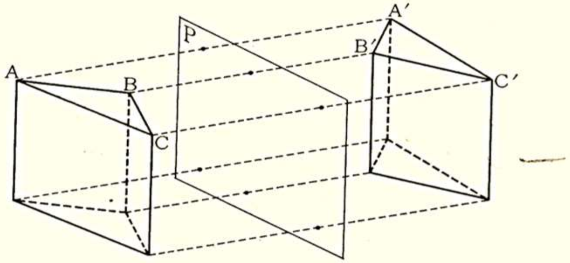
右の図形のように，点 O を中心とする点対称移動で，自分自身に重なる図形は，点 O について点対称の図形であるといい，O をその図形の対称の中心という。



2　辺の数が偶数の正多角形は，点対称の図形であるといってよいか。正六角形，正八角形について調べてみよ。

面対称

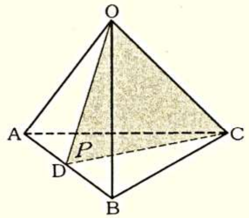
下の図のように，２つの立体が，１つの平面Ｐについて，鏡にうつしたように向きあった形をしているとき，この２つの立体は，平面Ｐについて対称（**面対称**）であるといい，平面Ｐを **対称の面** という。



面対称である２つの立体では，上の図のＡとＡ′のように，対応する点を結んだ線分は，対称の面Ｐと垂直に交わり，対称の面で２等分される。

また，ABとA′B′のように，対応する直線が平行でなければ，この２直線は，対称の面Ｐ上で交わる。

右の図は点Ｏを頂点とする正三角すいである。このとき，底面ABCの対称の軸の１つCDと頂点Ｏを通る平面をＰとすると，この平面の両側の部分が，平面Ｐについて対称になっている。

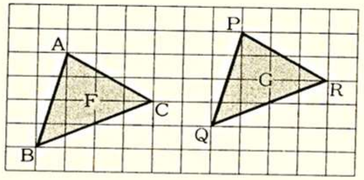


このような立体は，平面Ｐについて対称（面対称）であるといい，その平面Ｐを，この立体の対称の面という。

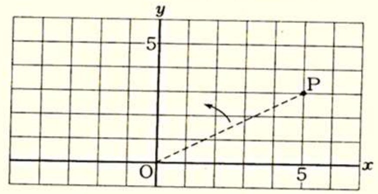
5　正四面体は面対称の図形である。対称の面はいくつあるか。

練　習

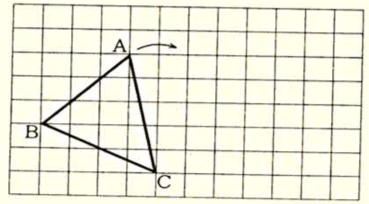
1. 右の図のように，合同な図形Ｆ，Ｇがある。ＦをＧに重ねるには，図形Ｆをどのように移せばよいか。



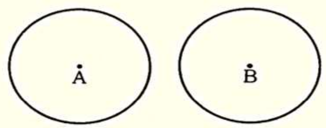
2. 右の図で，点Ｐを，点Ｏを中心として図の矢印の向きに 90° 回転すると，どのような位置にくるか。



3. 右の △ABC を，Ｃを中心として矢印の向きに 90° 回転した △A′B′C をかけ。次に，△A′B′C を A′B′ を軸として対称移動した △A′B′C′ をかけ。



4. 半径の等しい２つの円Ａ，Ｂが同じ平面上にある。
平行移動で，円Ａを円Ｂに重ねるにはどのようにすればよいか。
対称移動で重ねるには，対称の軸をどこにきめるとよいか。
回転移動で重ねるには，中心をどこにとるとよいか。



5. 立方体には対称の面がいくつあるか。

1. 一次関数

§1. 関数とその記号

1年で学んだように，2つの集合 A，B があって，

A の要素をきめると，それに対応して B の要素が1つきまるとき，この対応を，集合 A から集合 B への関数という。

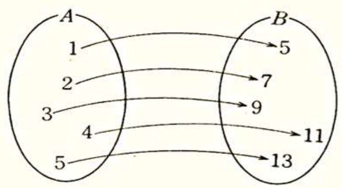
ここでは，このことを，もう少しくわしく調べてみよう。

問 重さ3 kg の箱に，1個2 kg の荷物を何個か入れる。荷物の個数によって，箱全体の重さはどのように変わるか。ただし，箱には10 kg まで入れられるものとする。

上の問では，荷物の個数は5個までで，荷物を1個，2個，……と入れたときの箱全体の重さを調べると，次のようになる。

荷物の個数	1	2	3	4	5
箱全体の重さ（kg）	5	7	9	11	13

荷物の個数の集合を A，箱全体の重さ（kg）の集合を B とすると，要素が，右の図のように対応し，集合 A から集合 B への関数になっている。



荷物の個数が x 個のときの箱全体の重さを y kg とすると，上の関数は，次のように表される。

$$y=2x+3 \qquad \cdots\cdots①$$

関数を表すのに，f などの記号を用いることがある。そして，前ページの①の関数を f で表したとき，

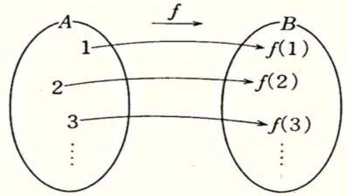
$$f: x \longrightarrow 2x+3 \qquad \cdots\cdots②$$

のように書くことがある。

f が集合 A から集合 B への関数であるとき，A の要素1，2，3，……に対応する B の要素を，それぞれ，

$f(1)$，$f(2)$，$f(3)$，……

で表す。



例 $f: x \longrightarrow 2x+3$ では，

$f(1)=5$，　$f(2)=7$，　$f(3)=9$

$\boxed{1}$ $f: x \longrightarrow 2x+3$ で，$f(4)$，$f(5)$ を求めよ。

$\boxed{2}$ $f: x \longrightarrow 1-2x$ で，$f(3)$，$f(-2)$ を求めよ。

上の②を，

$$f(x)=2x+3$$

のように書くこともある。

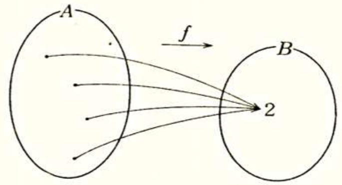
$\boxed{3}$ $f(x)=\dfrac{2}{3}x-6$ で，$f(-3)$，$f(0)$，$f(3)$ を求めよ。

x のすべての値に対して，1つの数，たとえば，2が対応するような関数も考えられる。

この関数を f とすると，

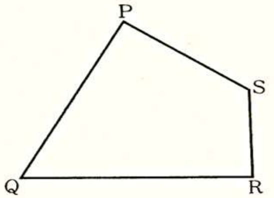
$f(x)=2$

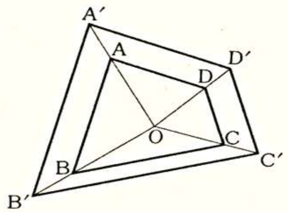
である。



四角形 PQRS∽四角形 ABCD

で，四角形 PQRS の四角形 ABCD に対する相似比は $\frac{3}{2}$ であるとする。





このとき，四角形 ABCD を，点Oを中心として，$\frac{3}{2}$ 倍に拡大した四角形を四角形 A′B′C′D′ とすると，

四角形 A′B′C′D′≡四角形 PQRS

となる。

このことは，どんな多角形についてもいえることである。そこで，相似の意味を，次のようにいいかえることができる。

> 2つの図形があって，一方を拡大または縮小した図形と，他の図形とが合同であるとき，この2つの図形は相似であるという．

すると，多角形以外の図形でも，相似の意味がきまることになる。

例1　2つの円は相似である。

例2　中心角の等しい2つのおうぎ形は相似である。

162ページの下でのべたことから，次のことがいえる。

◀ 相似な図形の性質 ▶

1. 相似な図形では，対応する線分の長さの比は等しい。
2. 相似な図形では，対応する角の大きさは等しい。

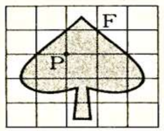
[3]　中心角60°，半径 4 cm のおうぎ形をかけ。次に，このおうぎ形と相似で，相似比が 1.5 のおうぎ形をかけ。

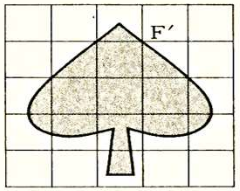
図形の変換

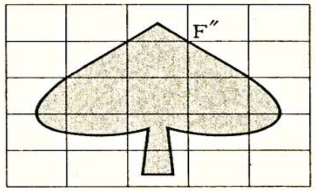
問　下の図の図形F′は，方眼を使って，図形Fを 1.5 倍に拡大したものである。

また，図形Fを，左右に2倍，上下に 1.5 倍にしたものが図形F″である。

F上の点Pに対応する，F′上の点P′と，F″上の点P″の位置を示せ。







上の問で，図形F, F′を点の集合とみると，FをF′に移すことは，

$$P \longrightarrow P'$$

のように，Fの各点をF′の点に対応させることになっている。

FとF″についても，同じようにみることができる。

一般に，図形を点の集合と考え，ある規則で，点を1対1に対応させて，その図形を他の図形へ移すことを **図形の変換**（へんかん）という。

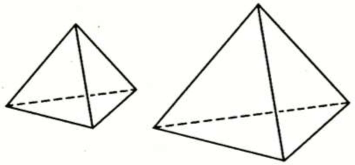
図形を，これと相似な他の図形へ移す変換を **相似変換** という。

1点を中心とする拡大・縮小は，相似変換のとくべつなものである。

また，図形を，これと合同な他の図形へ移す変換を **合同変換** という。合同変換は，相似変換で相似比が1の場合と考えられるので，相似変換のとくべつなものということができる。

一般の相似変換は，1点を中心とする拡大・縮小と，合同変換とを組み合わせたものであるといえる。

相似な立体の表面積・体積



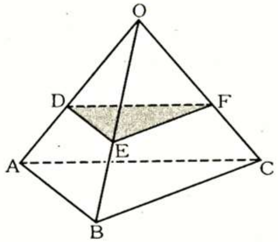
空間でも，平面と同じように，図形の拡大・縮小が考えられ，建物や船の模型のように，相似な立体をつくることができる。

相似な２つの立体についても，次のことがいえる。

対応する線分の長さの比は等しい．

対応する角の大きさは等しい．

したがって，相似な多面体では，対応する面は相似になる。



4　右の図のように，三角すい OABC の辺 OA を 3：2 に内分する点Dを通り，底面 ABC と平行な平面で，この角すいを切ると，三角すい ODEF は，もとの三角すいと相似になる。

(1)　$\dfrac{DE}{AB}$，$\dfrac{EF}{BC}$，$\dfrac{FD}{CA}$ の値を求めよ．

(2)　三角すい ODEF，OABC の対応する４つの面の面積の比を考えて，表面積の比の値を求めよ．

5　球はすべて相似である。直径 6 cm の球と，直径 10 cm の球について，その表面積の比の値を求めよ。

相似な立体においても，対応する線分の比の値を，相似比という。相似な立体の表面積については，次のことがいえる。

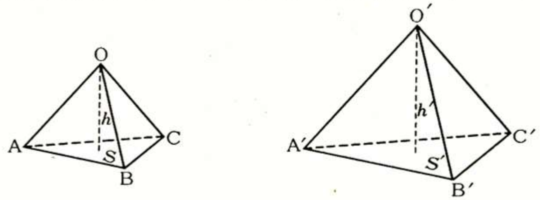
◀ 相似な立体の表面積の比 ▶

相似な立体の表面積の比の値は，相似比の２乗に等しい。

相似な立体の体積の比について調べよう。

問　立方体はすべて相似である。立方体の１辺が 10 倍になると，体積は何倍になるか。

相似な三角すい OABC，O′A′B′C′ で，対応する底面の面積と高さを，下の図のようにきめ，それぞれの体積を V，V' とすると，



$$V=\frac{1}{3}Sh,\qquad V'=\frac{1}{3}S'h'$$

三角すい O′A′B′C′ の三角すい OABC に対する相似比を k とすると，

$$S'=k^2S,\qquad h'=kh$$

だから，$$V'=\frac{1}{3}\times k^2S\times kh=k^3\times\frac{1}{3}Sh=k^3V$$

相似な三角すいでは，体積の比の値は，相似比の３乗に等しい。

6　半径が r，R である２つの球の体積と，その比の値を求めよ。

7　底面の半径が r，高さが h の円柱と，これと相似で，それに対する相似比が k である円柱について，これらの体積を計算し，体積の比の値を求めよ。

相似な立体の体積については，次のことがいえる。

◀ 相似な立体の体積の比 ▶

相似な立体の体積の比の値は，相似比の３乗に等しい。

$y=ax^3$ のグラフ

問　$y=x^3$ で，x の値を，

$$0,\ \pm0.2,\ \pm0.4,\ \cdots\cdots,\ \pm1.4$$

のように，-1.4 から 1.4 まで，0.2 おきにとって，それに対応する y の値を求めてみよ。

また，それらの x, y の値の組を座標とする点をとってみよ。

前ページで調べたように，x の値が，絶対値が等しく，符号が反対の数のとき，y の値も，絶対値が等しく，符号が反対の数になるから，対応する点をとると，原点について対称になる。

このようにして，

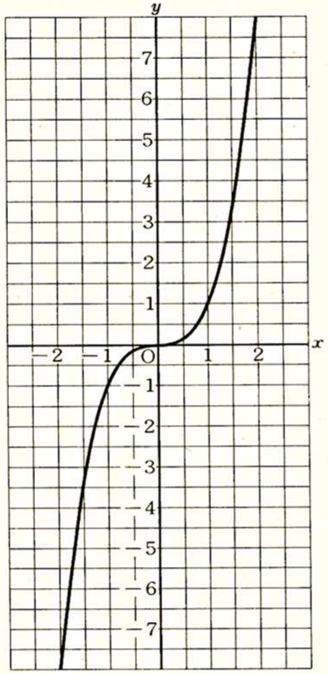
$$y=x^3$$

のグラフは，右の図のように，

原点をとおり，

原点について対称

な，なめらかな曲線になることがわかる。



[1]　$y=-x^3$ のグラフをかけ。
このグラフは，$y=x^3$ のグラフとどのような位置関係になっているか。

[2]　$y=\frac{1}{2}x^3$ のグラフをかけ。

§4.　関数の値の変化

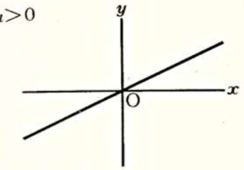
関数の値の増減

$$y=ax,\qquad y=ax^2,\qquad y=ax^3$$

について，y の値の増減のようすをまとめておこう。

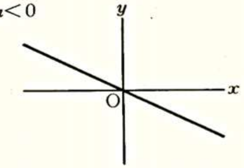
$y=ax$

$a>0$



x	−	0	+
y	↗	0	↗

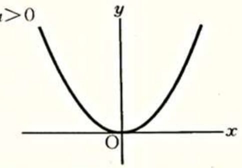
$a<0$



x	−	0	+
y	↘	0	↘

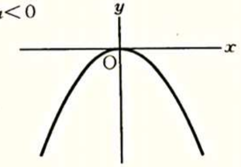
$y=ax^2$

$a>0$



x	−	0	+
y	↘	0	↗

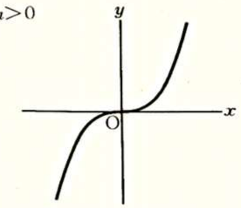
$a<0$



x	−	0	+
y	↗	0	↘

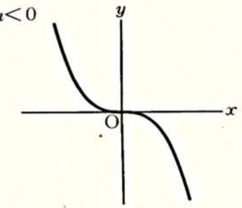
$y=ax^3$

$a>0$



x	−	0	+
y	↗	0	↗

$a<0$



x	−	0	+
y	↘	0	↘

問　題

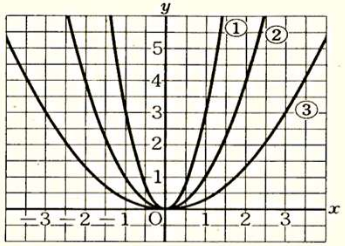
1. 右の図は，３つの関数

$y=x^2$

$y=3x^2$

$y=\frac{1}{3}x^2$

のグラフを，同じ座標軸を使ってかいたものである。



①，②，③が，それぞれ，どの関数のグラフになっているかをいえ。

2. 関数 $y=-\frac{1}{3}x^2$（$-2\leqq x\leqq 3$）のグラフをかき，この関数の値域を求めよ。

3. 二次関数 $y=2x^2$ について，次のものを求めよ。

(1)　x の値が１から３まで増加するときの変化の割合

(2)　x の値が -3 から -1 まで増加するときの変化の割合

4. 関数 $y=x^3$ において，x の値が１ずつ増加していくとき，y の増加量はどのようになるか。$x=0$ から $x=4$ までの範囲で調べよ。

5. 次の関数の逆関数を求めよ。

(1)　$y=\frac{3}{4}x+2$　　(2)　$y=0.2x-1$　　(3)　$y=\frac{1}{x}$

研究　逆関数のグラフ

逆関数のグラフが，もとの関数のグラフと，どのような位置関係になっているかを調べよう。

問　関数 $y=2x$ とその逆関数のグラフを，同じ座標軸を使ってかいてみよ。

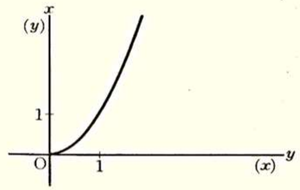
また，関数 $y=\frac{2}{3}x+1$ についても，同じようにかいてみよ。

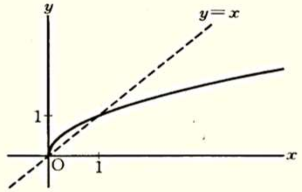
関数 $y=x^2$　($x\geqq 0$)　………①

の逆関数 $y=\sqrt{x}$　($x\geqq 0$)　………②

は，①の x と y とを入れかえてつくったものになっている。

したがって，②のグラフは，①のグラフをかいて，x 軸と y 軸を入れかえればよい。すると，下の左の図のようになる。

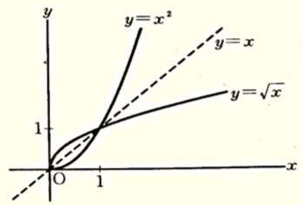




これを，軸がふつうの位置にくるようにするには，直線 $y=x$ を軸にして，折り返せばよい。すると，上の右の図のようになる。

上で調べたことから，逆関数のグラフについて，一般に，次のようにいえる。

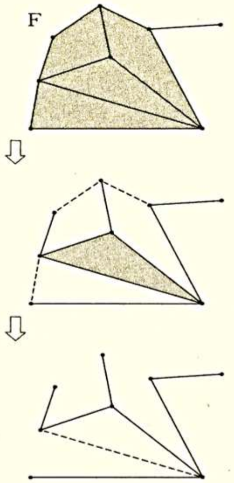
逆関数のグラフは，もとの関数のグラフと，直線 $y=x$ について対称である。



前ページでおこなった操作を，たとえば，右のような図Fに，くり返しおこなっていっても，その途中での，

$v-e+f$ の値

は変わらない。



そして，Fは，ついには，樹形の図になって，そのとき，

$v-e=1$，　$f=0$

となる。だから，

$v-e+f=1$

である。

したがって，もとの図Fについても，

$v-e+f=1$

オイラーの定理

多面体では，頂点の数，辺の数，面の数の間に，どんな関係があるだろうか。

これまでと同じように，1つの多面体で，

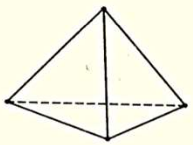
頂点の数を v，　辺の数を e，　面の数を f

として，考えてみよう。

たとえば，四面体では，

$v=4$，　$e=6$，　$f=4$

だから，　$v-e+f=2$



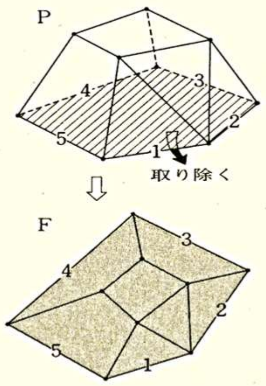
1　次の多面体について，$v-e+f$ の値を求めてみよ。

直方体，　五角柱，　六角すい

1つの多面体Pで，頂点の数を v，辺の数を e，面の数を f とする。

多面体Pから1つの面を取り除く。

できた穴をひろげて，残りの面全体を，つながりぐあいを変えずに，平面上の線分と面との図Fにする。



この図Fにおいては，

頂点の数は v，

辺の数は e，

面の数は $f-1$

であるから，

$v-e+(f-1)=1$

したがって，多面体Pの頂点，辺，面の数，v，e，f について，

$v-e+f=2$

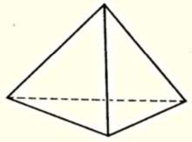
◀オイラーの定理▶

多面体で，頂点の数を v，辺の数を e，面の数を f とすると，

$v-e+f=2$

2　多面体では，どの辺も隣（とな）り合う2つの面（多角形）の辺になっている。これから，正多面体では，とくに，次の関係が成り立つ。

$$\left(\text{辺の数}\right)=\left(\text{1つの面の辺の数}\right)\times\left(\text{面の数}\right)\div 2$$



これを使って，

正四面体，立方体，正八面体，正十二面体，正二十面体

について，辺の数を求めてみよ。

次に，オイラーの定理を使って，頂点の数を求めてみよ。

§3. 相関図と相関表

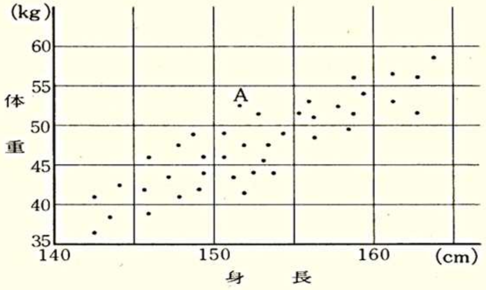
下の図は，ある中学校の３年女子 40 人の身長と体重の関係を，グラフに表したものである。

このグラフは，横軸に身長を，縦軸に体重をとり，たとえば，生徒Aは，

身長　151.7 cm

体重　52.5 kg

であるので，これを，右の図の中の点Aで示してある。



このような図を **相関図**（そうかんず）という。

この相関図では，40 個の点全体が，ほぼ，右上がりの直線にそって分布しているとみられるから，

身長の高い人は，一般に，体重も重いと考えてよい．

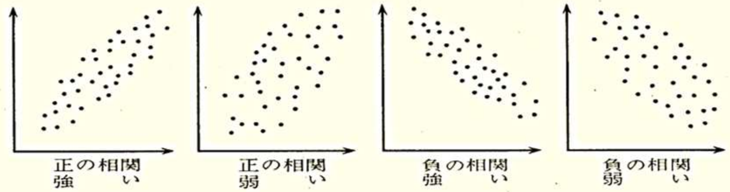
といえる。

この例のように，右上がりの直線にそって，点が分布していて，横軸にとった量が増すと，縦軸にとった量も増すという傾向がみられるとき，この２つの量の間には **正の相関関係** があるという。

また，点が右下がりの直線にそって分布していて，横軸にとった量が増すと，縦軸にとった量が減るという傾向がみられるとき，この２つの量の間には **負の相関関係** があるという。

上のどの場合にも，右上がり，または，右下がりの直線の近くに点が多く分布しているほど，相関関係は強いという。

前ページのことを，図で示すと，下のようである。



２つの量の間の関係を，相関図に表したとき，右の図のようになる場合もある。

このようなときには，この２つの量の間には，相関関係はないという。

相関関係を調べるとき，相関図のほかに，下のような表を使うこともある。

このような表を **相関表** という。

右の表は，前ページの相関図に表されている３年女子 40 人の身長と体重の相関表である。

この表で，たとえば，右上の欄の３は，

身長は 160 cm 以上 165 cm 未満

体重は 55 kg 以上 60 kg 未満

の生徒が３人いるということを示している。

身長と体重の相関表

体重 (kg) ＼ 身長 (cm)	140–	145–	150–	155–	160–
55–60				1	3
50–55			2	6	2
45–50		4	6	2	
40–45	2	5	4		
35–40	2	1			

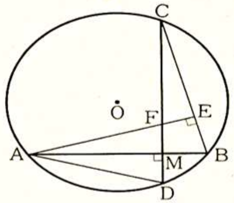
1 上の相関表で，身長 155 cm 以上で，体重は 50 kg 以上の生徒は何人いるか。

円Oの2つの弦 AB，CD が点Mで垂直に交わっている。A から BC に垂線 AE をひき，CD との交点をFとすると，

$$AD=AF$$

である。

上のことがらを証明するには，



(ア) $\begin{cases} (1) & \text{A, D, B, C は同じ円周上} \\ (2) & AB \perp CD,\ AE \perp BC \end{cases}$

(イ)　$AD=AF$

の間につながりをつくればよい。

(イ) の方から考えると，

$$\angle ADF=\angle AFD, \qquad \triangle ADM \equiv \triangle AFM$$

などに気がつくであろう。そこで，これらに関係した角または線分の相等関係を，(ア) からひき出せばよいことになる。

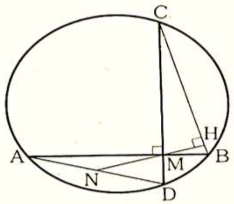
$\boxed{2}$　上のことがらの証明を，次の順序で考えてみよ。

(1)　上の (ア) の (1) から，等しい角を見つけよ.

(2)　上の (ア) の (2) から，同じ円周上にある4つの点の組を見つけよ．また，それから導かれる角の相等関係を見つけよ.

(3)　上で見つけた角の相等関係を結びつけて，つながりをつくって証明せよ.

$\boxed{3}$　右の図で，円の弦 AB，CD は点Mで垂直に交わっている。Mを通って，BC に垂直な直線をひき，AD との交点をNとすると，$AN=ND$ である。これを証明せよ。



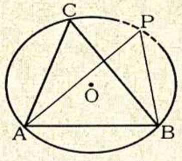
背　理　法

これまで考えてきた証明は，仮定 (ア) から出発して，順に進んでいって，結論 (イ) にいたるものであったが，これとはちがった証明のしかたもある。

円Oで，点Pが，弦 AB について $\overset{\frown}{ACB}$ と同じ側にあって，

$$\angle APB=\angle ACB$$

ならば，点Pは $\overset{\frown}{ACB}$ 上にある。



は，92ページで，次のように考えて証明した。

かりに，

点Pが，弦 AB について，$\overset{\frown}{ACB}$ と同じ側にあって，

$\overset{\frown}{ACB}$ 上にない.

としてみると，

Pは，弓形 ACB の内部にあるか，または，外部にある.

ことになり，

$\angle APB > \angle ACB$　または，$\angle APB < \angle ACB$

となって，$\angle APB=\angle ACB$ にはならない。

だから，$\angle APB=\angle ACB$ となるのは，Pが $\overset{\frown}{ACB}$ 上にあるときにかぎる。

このように，あることがら (A) を証明しようとするとき，

もし，「(A) でない」とすると，はじめに仮定したこととか，すでに正しいとわかっていることとかと，矛盾（むじゅん）する.

ことを示して，(A) でなければならないことをいいきる方法がある。

このような証明の方法を **背理法**（はいりほう） という。