2021年度数学教育学会 夏季研究会

「科学の言葉＝数学」による「草花とのコミュニケーション」を通して複雑系社会を体感する試み

町田彰一郎 （埼玉大学名誉教授）

1

1　AI(Globalなデジタル情報システム)社会の変動に対処する教育とは

今教育界が取り組んでいる課題は、AI(Artificial Intelligence)による社会変動にどう対処すべきかということである。

これに対して、育成すべき広い意味のリテラシー（知識・理解・技能）、思考力・判断力については以下の８点が指摘されている。

Artificial Intelligence in Education; 東京学芸大学大学院教育AI研究プログラム　訳「教育AIが変える21世紀の学び」(北大路書房)より

2

1　Environmental Literacy→SDGｓ教育
　Sustainable Development Goals
2　Global Literacy→小学生からの英語、異文化理解教育
3　Civil Literacy→Net犯罪、21Cの都市化への対応
4　Information Literacy→情報活用能力,Gigaスクール
　Global and Innovation Gateway for All
5　Digital Literacy　→小学生からのプログラミング教育、電子教科書、

1　System Thinking→プログラミング思考、システム思考
2　Design Thinking→探求物をシステムとして捉えグラフ化
3　Computational Thinking→数値データ処理、統計教育

3

これらのリテラシーや思考能力の獲得は、単に小中高の児童生徒だけではない。大学生や若者、さらには高齢者も含め社会一般の人々にも求められる。
それは人々が時代に乗り遅れ、グローバルに混迷する格差社会の生成を回避するために必須といえる。

過去の事例としては、
米国BASIC-skills運動、幕末;寺小屋・郷学校・藩校

ここで改めて、複雑系社会の理念と、地域文化発症の場所としての学校の在り方が問われる。

4

2 「数学」の教育から。数学の「教育」へ、
さらに学校の「数学」へ

Globalなデジタル情報システム社会対応するために、以下のような分野での改革も追及されている。

DX（Digital Transformation）、

PBL (Project/Problem Based Learning）、

文理融合、理数探求

自立協働 （中教審；個別最適な学び、協働的な学び）、

これらを実現するために、

ITS(Intelligent tutoring system；step by step方式、これのAI支援)、

DBTS(Dialogue Based Tutoring System；対話型学習支援)、

ELE(Exploratory Learning Environment; 探索的学習環境)などが進行中

5

これらは21世紀の社会変容に対応した人材育成として重要な教育課題といえるが、

これが知識獲得・技能習得レベルの育成だとすると、それだけでは不十分といえる。

次のような課題がさらなる教育課題として浮上している。

6

①　経済的格差が教育的格差を生み
さらに社会的格差へ広がって進行する社会格差

②　世界的規模で進行している少子高齢化　―日本では４０～３５人学級の理念から抜け出られず、
廃校によって地域から学校が消たり、教員の過重負担から生ずる様々な問題、教員志望者の減少、外国人の雇用と関連する外国籍子供達の教育問題等

③　SNS等を通じた誹謗、中傷、詐欺事件等で顕在化しているデジタルな「都市化現象」、プライバシーの侵害等々

7

こうした現象を防ぐには、失われやすい社会を各地、各部署で支える人々の自立協働の力を育て、阻害されている複雑系社会の機能を正常化させ発展させることが教育に課せられる。

1　町田彰一郎 「複雑系社会観から見た今日の数学教育の課題」、大阪教育大学数学教室、数学教育研究42号、2013

2　町田彰一郎 「2019年数学教育学会春季年会シンポジウムより「数学教育学会60年を振り返り、新たな課題を探る」」、数学教育学会会誌　Vol.60/No.1・2、2019

3　数学教育学会 「学会課題　Study　Group研究報告集 「地域社会を自立・協働して支える学校数学とは―21世紀変容期の数学教育が持つべき要件―」、2015年度前期～2017年度前期」、2017.8

8

今日の数学教育を考えるときに、ここで指摘しておきたいことは

1970年代の数学教育現代化の時は、まさに、構造主義「数学」をどう教えるかという意味で「数学」教育研究が進められていた。

それが、21世紀になって、自立協働が言われ、教育系大学院の論文作成が重視されだすと、数学の内容そのものよりも「意欲、学び合い」といった「いかに教えるか」という教育学分野内の研究が主体となり、

教育内容としての数学は、「受験数学」以外の、時代の求める自由な学校での教材研究の交流機会が失われだしてきている。

9

一方社会では、デジタルな高度情報システム社会の進行の中、文理融合、理数探求が求められ「科学の言葉＝数学」の在り方が問われてきている。

本論ではこうした事態に対処する新たな「学校数学」を求めて、科学の言葉＝算数・数学によって「草花とのコミュニケーション」を行い、草花たちが持っている「複雑系」を体感する試みを紹介する。

10

3　科学の言葉＝数学による「草花とのコミュニケーション」を通して複雑系を体感する

11

これは理科—特に生物の授業の一環としてではなく、

算数・数学の授業の中での「言語としての算数・数学の活用」を目的としたものである。

その意味で生物の活動の「不思議さ」に感動することはあっても、厳密な意味での生物学の知識の獲得、学習活動については将来のその児童・生徒の理科分野での学習体験へ譲るものである。

12

内容的には以下の12分野での提案があるが、本論ではこの中の極一部を紹介するに止める。

第 1 話　偶数の好きな草花、奇数の好きな草花

第 2話　正三角形を作りたがる草たち

第 3話　花はどうやって正方形やひし形を作っているか

第 4話　線対称できちんとしたい花たち

第 5話　葉はなぜ円を目指すのか

第 6話　草花にひそむしきつめ模様

13

第 7話　草花たちの相似—相似な曲線図形

第 8話　タンポポは球の表面にどうやって種を垂直にのばすか

第 9話　花たちの特徴をコンピュータで調べてみよう

第 10 話　7枚の花びらで作る年間カレンダー

第 11 話　ひまわりから学ぶ大きな数と面積

第 12 話　花や葉はどうして人をひきつけるのか

14

4 草花から学ぶ算数・数学事例

（1） 小中連携の立場から、偶数・奇数の構造的理解に向けて

小学校高学年から偶数・奇数が約数・倍数との関連で学ぶが、その構造的な捉え方は、偶数、奇数のイメージが持てず苦しんでいる実情がある。

1，2，3，4，5，6，7，8，、、、、 どれが偶数？ どれが奇数？

偶数＋奇数は？、

15

16

しかし、身近な草を観察してみるとそうした構造をうまく表現し、自分は偶数派だ、自分は奇数派だと主張しているものがいる。

偶数、奇数の構造をそのまま形で表現している。

17

18

19

中学校の偶数、奇数の構造的な式表現や、偶数は偶＋偶、奇＋奇、奇数は偶＋奇、奇＋偶などのイメージ作りに苦しんでいる実情がある。このあたりは、自然界の草花の方がより構造的な理解が進んでいるようである。この辺を感じ取る体験もあってよい。

偶数；　2n

奇数；　2n＋1

奇数＋奇数＝偶数、　偶数＋奇数＝奇数

20

（2） さつきはどうやって正五角形を作るか。

21

5枚の花びらからは、こんな感じで、

外側の円に内接し、互いに外接し合う5枚の円から出来ていると見ると、

黒い三角形の頂角は、
　360÷5＝72で、

　底辺はちょうど正五角形の1辺となっている。

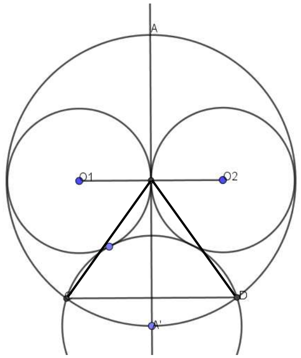
22

（1） 原点Oを中心として半径2の円Oを描く。

（2） x軸上に2点O_1(―1,0)、O_2(1，0)をとりそれらを中心とする半径1の円O_1、O_2を描く。

（3） 2円O_1,O_2は円Oに内接する。

23



（4） y軸と円Oとの交点を上からそれぞれ点A,A’とする。

（5） 点A’を中心として2円O_1,O_2に接する円を描く。

（6） 円Oと円A’との交点をそれぞれ、B,Cとすると、BCの長さは半径2の円Oに内接する正5角形の　1辺の長さとなる。

（7） この長さで円Oの周を区切ると、円Oに内接する正5角形ができる。

24

説明：　座標を使い式で円Ｏに内接する正五角形の1辺を求めます。

円 O_1; $(x+1)^2+y^2=1$　円 O_2: $(x-1)^2+y^2=1$

に外接する円A‘の方程式は、$A'O_1=\sqrt{5}$ から、円A’の半径は $\sqrt{5}-1$

円A‘; $x^2+(y+2)^2=(\sqrt{5}-1)^2$　①

円O; $x^2+y^2=2^2$　②

①、② から、交点C(x, y)をもとめると、 $y=-(1+\sqrt{5})/2$ から、

$x=\sqrt{\{(5-\sqrt{5})/2\}}=\{\sqrt{2(5-\sqrt{5})}\}/2$

したがって、$CD=2x=\sqrt{\{2(5-\sqrt{5})\}}$

ここで、△OCDに余弦定理を適用して∠COD＝θを求めると、

$CD^2=2^2+2^2-2\times4\cos\theta=8(1-\cos\theta)=2(5-\sqrt{5})$

‘ $\cos\theta=(-1+\sqrt{5})/4$ ∴ $\theta=72^\circ$

したがって、$CD=\sqrt{\{2(5-\sqrt{5})\}}$ は、半径2の円に内接する

正5角形の1辺を表していることが分かります。

CDの長さで、円Ｏの円周を区切っていけば、それぞれ円周角が72°

となり円周が5等分され、線分で結べば正5角形が出来上がります。

25

(3) 草花から学ぶ複素数平面上の図形

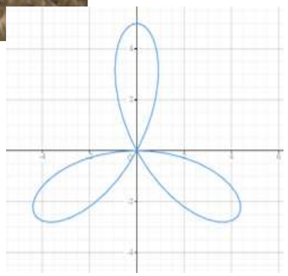
左のホタテ貝を見ていると実は、極座標を使って円を作っていることに気づく。

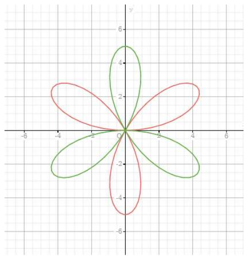
複素数平面上で表現すれば、
半径5で、 r＝5cos θ

26

式で表すと3枚の花びらの形
上向きなら　r＝5sin(3 θ ＋ π)、

下向きなら、r=5sin(3 θ)

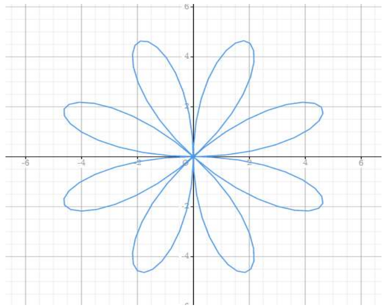




27

この花ならば、4枚の花を回して描けばできる。

r=5sin(4 θ)



28

（4） 円から球を目指す花コデマリ

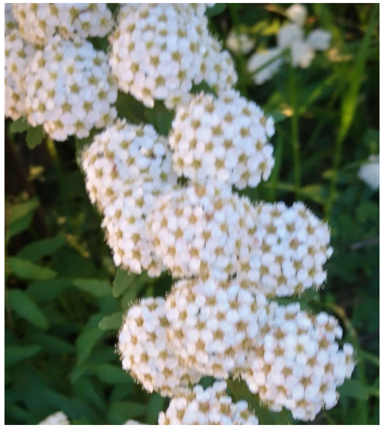
平面図形から立体図形への発展は数学教育の課題でもある。

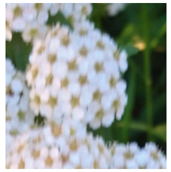
ここでは、コデマリが何気なく作っている形に着目して数学として取り上げるとどうなるか考える。

通常正多面体では、面が正五角形の正12面体が取り上げられる。

しかし、コデマリは球を目指してるので、
コデマリ流5角60面体の作成にチャレンジする。

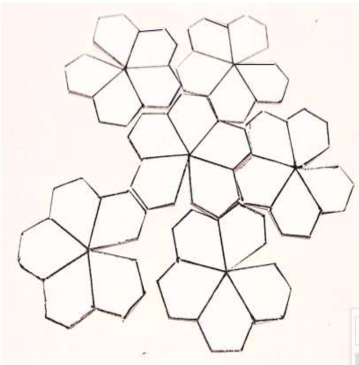
29

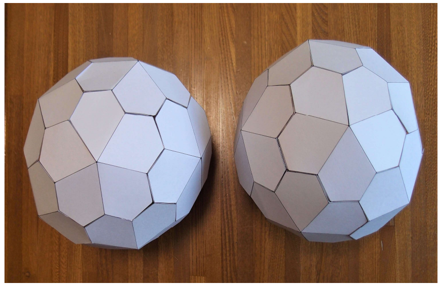




このような作業においては、数学的な性質が見えてくればよいので、従来の同一平面上に全ての図を展開するようなことを条件にする展開図でなくてよい。

30





31

おわりに

こうした活動を通して見えてくることは、目を開けて外から見ることのできない無数の細胞たちが、自立協働して、草花という複雑系組織を形成しながら、高度な数学的構造を持った美しい形を、様々な環境の中で作り上げているという事実である。

こうした事実を、児童・生徒たちが「科学の言葉＝数学」を使って体験することは、これからの複雑系社会を生きるものとして、ぜひ体感してもらいたいことである。

32